Math-Net.Ru
All Russian mathematical portal

A. A. Makhnev, M. M. Isakova, M. S. Nirova, Distance-regular graphs with intersection array $\{69,56,10;1,14,60\}$, $\{74,54,15;1,9,60\}$ and $\{119,100,15;1,20,105\}$ do not exist, *Sib. Èlektron. Mat. Izv.*, 2019, Volume 16, 1254–1259

DOI: https://doi.org/10.33048/semi.2019.16.087

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
http://www.mathnet.ru/eng/agreement

Download details:
IP: 213.142.35.54
September 28, 2020, 13:16:02

S©MR ISSN 1813-3304

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

Siberian Electronic Mathematical Reports
http://semr.math.nsc.ru

Том 16, стр. 1254–1259 (2019) УДК 519.17
DOI 10.33048/semi.2019.16.087 MSC 05C25

ДИСТАНЦИОННО РЕГУЛЯРНЫЕ ГРАФЫ С МАССИВАМИ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ $\{69, 56, 10; 1, 14, 60\}$, $\{74, 54, 15; 1, 9, 60\}$ И $\{119, 100, 15; 1, 20, 105\}$ НЕ СУЩЕСТВУЮТ

А.А. МАХНЕВ, М.М. ИСАКОВА, М.С. НИРОВА

Abstract. Distance regular graphs Γ of diameter 3 for which the graphs Γ_2 and Γ_3 are strongly regular, studied by M.S. Nirova. For Q-polynomial graphs with intersection arrays $\{69, 56, 10; 1, 14, 60\}$ and $\{119, 100, 15; 1, 20, 105\}$ the graph Γ_3 is strongly regular and does not contain triangles. Automorphisms of graphs with these intersection arrays were found by A.A. Makhnev, M.S. Nirova and M.M. Isakova, A.A. Makhnev, respectively. The graph Γ with the intersection array $\{74, 54, 15; 1, 9, 60\}$ also is Q-polynomial, and Γ_3 is a strongly regular graph with parameters $(630, 111, 12, 21)$. It is proved in the paper that graphs with intersection arrays $\{69, 56, 10; 1, 14, 60\}$, $\{74, 54, 15; 1, 9, 60\}$ and $\{119, 100, 15; 1, 20, 105\}$ do not exist.

Keywords: distance-regular graph, triple intersection numbers.

Введение

Мы рассматриваем неориентированные графы без петель и кратных ребер. Если a, b — вершины графа Γ, то через $d(a, b)$ обозначается расстояние между a и b, а через $\Gamma_i(a)$ — подграф графа Γ, индуцированный множеством вершин, которые находятся на расстоянии i в Γ от вершины a. Подграф $\Gamma_1(a)$ называется *окрестностью вершины* a и обозначается через $[a]$.

Makhnev, A.A., Isakova, M.M., Nirova, M.S., Distance-regular graphs with intersection array $\{69, 56, 10; 1, 14, 60\}$, $\{74, 54, 15; 1, 9, 60\}$ and $\{119, 100, 15; 1, 20, 105\}$ do not exist.

© 2019 Махнев А.А., Исакова М.М., Нирова М.С.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-71-10067).

Поступила 21 августа 2019 г., опубликована 18 сентября 2019 г.

Если вершины u, w находятся на расстоянии i в Γ, то через $b_i(u,w)$ (через $c_i(u,w)$) обозначим число вершин в пересечении $\Gamma_{i+1}(u)$ (в пересечении $\Gamma_{i-1}(u)$) с $[w]$. Граф диаметра d называется дистанционно регулярным с массивом пересечений $\{b_0,...,b_{d-1};c_1,...,c_d\}$, если значения $b_i = b_i(u,w)$ и $c_i = c_i(u,w)$ не зависит от выбора вершин u, w на расстоянии i для любого $i = 0,1,...,d$. Положим $a_i = k - b_i - c_i$ и $k_i = |\Gamma_i(u)|$ (значение k_i не зависит от выбора вершины u [1]).

Изучение сильно регулярных графов без треугольников является важной, но очень трудной задачей. Пусть Δ является известным сильно регулярным графом без треугольников. Тогда Δ —

(1) полный двудольный граф $K_{k\times 2}$ (для любого натурального числа $k \geq 2$ существует единственный граф),

(2) граф Мура с параметрами $(k^2+1,k,0,1)$, $k \in \{2,3,7,57\}$ (для $k \in \{2,3,7\}$ существует единственный граф, для $k = 57$ существование графа неизвестно),

(3) граф с параметрами $(16,5,0,2)$, $(56,10,0,2)$, $(77,16,0,4)$, $(100,22,0,6)$.

Существование графа Мура степени $k > 3$ равносильно существованию дистанционно регулярного графа с массивом пересечений $\{k-2,k-3,2;1,1,k-3\}$ (в случае $k = 7$ получим граф Сильвестра с массивом пересечений $\{5,4,2;1,1,4\}$) [2].

Пусть Γ является дистанционно регулярным графом диаметра 3 с собственными значениями $\theta_0 > \theta_1 > \theta_2 > \theta_3$. Если $\theta_2 = -1$, то по предложению 4.2.17 из [1] граф Γ_3 сильно регулярен. Если кроме того граф Γ_3 — сильно регулярный граф без треугольников и число вершин v не больше 800, то Γ имеет массив пересечений $\{69,56,10;1,14,60\}$ или $\{119,100,15;1,20,105\}$ (при этом Γ_3 – граф с параметрами (392,46,0,6) и (800,85,0,10) соответственно).

В [3] доказано, что если Γ является дистанционно регулярным графом диаметра 3, графы Γ_2, Γ_3 сильно регулярны и Γ_3 — граф без треугольников с $\mu(\Gamma_3) \leq 11$, то Γ имеет массив пересечений $\{(r+5)((r+3)^2-3)/6, r(r+3)(r+8)/6, r+6; 1, (r+3)(r+8)/6, r(r+5)(r+6)/6\}$, $r = 4,6,10,16,19,24,28,40,46,52,58,60,70,79$ или $\{119,100,15;1,20,105\}$. Для нахождения новых сильно регулярных графов без треугольников можно попытаться построить граф из заключения теоремы М.С. Нировой. С этой целью в [4] и [5] были найдены возможные автоморфизмы Q-полиномиальных графов из заключения теоремы М.С. Нировой, т. е. графов с массивами пересечений $\{69,56,10;1,14,60\}$ и $\{119,100,15;1,20,105\}$. К сожалению, группы автоморфизмов этих графов оказались небольшими.

Граф Γ с массивом пересечений $\{74,54,15;1,9,60\}$ также является Q-полиномиальным, причем Γ_3 – сильно регулярный граф граф с параметрами (630,111,12,21).

В данной статье изучены графы с массивами пересечений $\{69,56,10;1,14,60\}$, $\{74,54,15;1,9,60\}$ и $\{119,100,15;1,20,105\}$.

Теорема. *Дистанционно регулярные графы с массивами пересечений* $\{69,56,10;1,14,60\}$, $\{74,54,15;1,9,60\}$ *и* $\{119,100,15;1,20,105\}$ *не существуют.*

Графы из теоремы 1 формально самодуальны. То есть матрицы собственных значений P и Q совпадают и $p^l_{ij} = q^l_{ij}$.

Доказательство теоремы 1 опирается на вычисление тройных чисел пересечений [6].

Пусть Γ — дистанционно регулярный граф диаметра d. Если u_1, u_2, u_3 — вершины графа Γ, r_1, r_2, r_3 — неотрицательные целые числа, не большие d, то $\begin{bmatrix} u_1u_2u_3 \\ r_1r_2r_3 \end{bmatrix}$ — число вершин $w \in \Gamma$ таких, что $d(w, u_i) = r_i$. Числа $\begin{bmatrix} u_1u_2u_3 \\ r_1r_2r_3 \end{bmatrix}$ называются тройными числами пересечений. Для фиксированной тройки вершин u_1, u_2, u_3 вместо $\begin{bmatrix} u_1u_2u_3 \\ r_1r_2r_3 \end{bmatrix}$ будем писать $[r_1r_2r_3]$. В §4 из [6] доказано

Предложение 1. *Пусть* Γ *— дистанционно регулярный граф диаметра* 3, u, v, w *— вершины графа* Γ *с* $d(u, v) = d(v, w) = d(u, w) = 1$ *и* $[ijh] = \begin{bmatrix} uvw \\ ijh \end{bmatrix}$. *Если* $[111] = \alpha$, $[333] = \beta$, *то верны равенства:*

(1) $[211] = [121] = [112] = p^1_{11} - 1 - \alpha$, $[221] = [212] = [122] = p^1_{12} - [211] = p^1_{12} - p^1_{11} + 1 + \alpha$, $[332] = [323] = [233] = p^1_{33} - \beta$, $[322] = [232] = [223] = p^1_{23} - p^1_{33} + \beta$,

(2) $[222] = p^1_{22} - [221] - [223] = p^1_{22} + p^1_{33} - p^1_{23} - p^1_{12} + p^1_{11} - 1 - \alpha - \beta$.

В §7 из [6] доказано

Предложение 2. *Пусть* Γ *— дистанционно регулярный граф диаметра* 3, u, v, w *— вершины графа* Γ *с* $d(u, v) = d(u, w) = 1, d(v, w) = 2$ *и* $[ijh] = \begin{bmatrix} uvw \\ ijh \end{bmatrix}$. *Если* $[111] = \alpha$, $[333] = \beta$, *то* $[011] = [102] = [120] = 1$ *и верны равенства:*

(1) $[112] = [121] = p^1_{11} - \alpha$, $[211] = p^2_{11} - 1 - \alpha$, $[122] = p^1_{12} - 1 - [121] = p^1_{12} - p^1_{11} - 1 + \alpha$, $[221] = [212] = p^2_{12} - [112] = p^2_{12} - p^1_{11} + \alpha$,

(2) $[332] = [323] = p^1_{33} - \beta$, $[233] = p^2_{33} - \beta$, $[322] = p^1_{32} - [323] = p^1_{32} - p^1_{33} + \beta$, $[232] = [223] = p^2_{32} - [332] = p^2_{32} - p^1_{33} + \beta$,

(3) $[222] = p^1_{22} - [221] - [223] = p^1_{22} + p^1_{33} - p^2_{23} - p^1_{12} + p^1_{11} - \alpha - \beta$.

1. Предварительные результаты

В этом разделе приведены вспомогательные результаты.

Лемма 1.1. *Для чисел пересечений дистанционно регулярного графа с массивом пересечений* $\{69, 56, 10; 1, 14, 60\}$ *верны равенства*

(1) $p^1_{11} = 12$, $p^1_{21} = 56$, $p^1_{22} = 180$, $p^1_{32} = 40$, $p^1_{33} = 6$;

(2) $p^2_{11} = 14$, $p^2_{21} = 45$, $p^2_{22} = 200$, $p^2_{31} = 10$, $p^2_{32} = 30$, $p^2_{33} = 6$;

(3) $p^3_{12} = 60$, $p^3_{22} = 180$, $p^3_{31} = 9$, $p^3_{32} = 36$, $p^3_{33} = 0$.

Доказательство. Прямые вычисления. □

Лемма 1.2. *Для чисел пересечений дистанционно регулярного графа с массивом пересечений* $\{74, 54, 15; 1, 9, 60\}$ *верны равенства*

(1) $p^1_{11} = 19$, $p^1_{21} = 54$, $p^1_{22} = 300$, $p^1_{32} = 90$, $p^1_{33} = 21$;

(2) $p^2_{11} = 9$, $p^2_{21} = 50$, $p^2_{22} = 318$, $p^2_{31} = 15$, $p^2_{32} = 75$, $p^2_{33} = 21$;

(3) $p^3_{12} = 60$, $p^3_{22} = 300$, $p^3_{31} = 14$, $p^3_{32} = 84$, $p^3_{33} = 12$.

Доказательство. Прямые вычисления. □

Лемма 1.3. *Для чисел пересечений дистанционно регулярного графа с массивом пересечений* $\{119, 100, 15; 1, 20, 105\}$ *верны равенства*

(1) $p^1_{11} = 18$, $p^1_{21} = 100$, $p^1_{22} = 420$, $p^1_{32} = 75$, $p^1_{33} = 10$;

(2) $p^2_{11} = 20$, $p^2_{21} = 84$, $p^2_{22} = 450$, $p^2_{31} = 15$, $p^2_{32} = 60$, $p^2_{33} = 10$;

(3) $p^3_{12} = 105$, $p^3_{22} = 420$, $p^3_{31} = 14$, $p^3_{32} = 70$, $p^3_{33} = 0$.

Доказательство. Прямые вычисления. □

Пусть Γ — дистанционно регулярный граф диаметра d. Если u_1, u_2, u_3 — вершины графа Γ, r_1, r_2, r_3 — неотрицательные целые числа, не большие d, то $\left[\begin{smallmatrix} u_1 u_2 u_3 \\ r_1 r_2 r_3 \end{smallmatrix}\right]$ — число вершин $w \in \Gamma$ таких, что $d(w, u_i) = r_i$. Числа $\left[\begin{smallmatrix} u_1 u_2 u_3 \\ r_1 r_2 r_3 \end{smallmatrix}\right]$ называются тройными числами пересечений. Для фиксированной тройки вершин u_1, u_2, u_3 вместо $\left[\begin{smallmatrix} u_1 u_2 u_3 \\ r_1 r_2 r_3 \end{smallmatrix}\right]$ будем писать $[r_1 r_2 r_3]$. К сожалению, для чисел $[r_1 r_2 r_3]$ нет общих формул. Однако, в [5] предложен метод вычисления некоторых чисел $[r_1 r_2 r_3]$.

Пусть u, v, w — вершины графа Γ, $W = d(u, v), U = d(v, w), V = d(u, w)$. Так как имеется точно одна вершина $x = u$ такая, что $d(x, u) = 0$, то число $[0jh]$ равно 0 или 1. Отсюда $[0jh] = \delta_{jW}\delta_{hV}$. Аналогично, $[i0h] = \delta_{iW}\delta_{hU}$ и $[ij0] = \delta_{iU}\delta_{jV}$.

Другое множество уравнений можно получить, фиксируя расстояние между двумя вершинами из $\{u, v, w\}$ и сосчитав число вершин, находящихся на всех возможных расстояниях от третьей:

$\sum_{l=1}^{d}[ljh] = p_{jh}^{U} - [0jh]$, $\sum_{l=1}^{d}[ilh] = p_{ih}^{V} - [i0h]$, $\sum_{l=1}^{d}[ijl] = p_{ij}^{W} - [ij0]$.

При этом некоторые тройки исчезают. При $|i-j| > W$ или $i + j < W$ имеем $p_{ij}^{W} = 0$, поэтому $[ijh] = 0$ для всех $h \in \{0, ..., d\}$.

Положим $S_{ijh}(u, v, w) = \sum_{r,s,t=0}^{d} Q_{ri}Q_{sj}Q_{th}\left[\begin{smallmatrix} uvw \\ rst \end{smallmatrix}\right]$. Если параметр Крейна $q_{ij}^{h} = 0$, то по теореме 3 из [6] имеем $S_{ijh}(u, v, w) = 0$.

2. Граф с массивом пересечений $\{69, 56, 10; 1, 14, 60\}$

Дистанционно регулярный граф с массивом пересечений $\{69, 56, 10; 1, 14, 60\}$ является Q-полиномиальным с $q_{13}^{1} = 0$ и его дуальная матрица собственных значений равна

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 69 & 276 & 46 \\ 1 & 13 & -4 & -10 \\ 1 & -1 & -4 & 4 \\ 1 & -15 & 24 & -10 \end{pmatrix}.$$

Из предложения 1 и леммы 1.1 следует

Лемма 2.4. *Пусть Γ является дистанционно регулярным графом с массивом пересечений $\{69, 56, 10; 1, 14, 60\}$, u, v, w — вершины графа Γ с $d(u, v) = d(v, w) = d(u, w) = 1$ и $[ijh] = \left[\begin{smallmatrix} uvw \\ ijh \end{smallmatrix}\right]$. Если $[111] = \alpha$, то верны равенства:*

(1) $[211] = [121] = [112] = 11 - \alpha$, $[221] = [212] = [122] = p_{12}^{1} - p_{11}^{1} + 1 + \alpha = 45+\alpha$, $[332] = [323] = [233] = p_{33}^{1} - \beta = 6$, $[322] = [232] = [223] = p_{23}^{1} - p_{33}^{1} + \beta = 34$,

(2) $[222] = p_{22}^{1} + p_{33}^{1} - p_{23}^{1} - p_{12}^{1} + p_{11}^{1} - 1 - \alpha - \beta = 101 - \alpha$.

Ввиду равенства $S_{113}(u, v, w) = 0$ имеем $-2744\alpha + 2744 = 0$ и $\alpha = 1$.

Из предложения 2 и леммы 1.1 следует

Лемма 2.5. *Пусть Γ является дистанционно регулярным графом с массивом пересечений $\{69, 56, 10; 1, 14, 60\}$, u, v, w — вершины графа Γ с $d(u, v) = d(u, w) = 1, d(v, w) = 2$ и $[ijh] = \left[\begin{smallmatrix} uvw \\ ijh \end{smallmatrix}\right]$. Если $[111] = \alpha$, $[333] = \beta$, то $[011] = [102] = [120] = 1$ и верны равенства:*

(1) $[112] = [121] = p_{11}^{1} - \alpha = 12 - \alpha$, $[211] = p_{11}^{2} - 1 - \alpha = 13 - \alpha$, $[122] = p_{12}^{1} - p_{11}^{1} - 1 + \alpha = 43 + \alpha$, $[221] = [212] = p_{12}^{1} - p_{11}^{1} + \alpha = 33 + \alpha$,

(2) $[332]=[323]=p^1_{33}-\beta=6$, $[233]=p^2_{33}-\beta=6$, $[322]=p^1_{32}-p^1_{33}+\beta=34$, $[232]=[223]=p^2_{32}-p^1_{33}+\beta=24$,
(3) $[222]=p^1_{22}+p^1_{33}-p^2_{23}-p^1_{12}+p^1_{11}-\alpha-\beta=123-\alpha$.

Ввиду равенства $S_{113}(u,v,w)=0$ имеем $-2744\alpha+8232=0$ и $\alpha=3$. Из лемм 2.1, 2.2 следует, что граф $\Delta=[u]$ является сильно регулярным с параметрами $(69,12,1,3)$. Противоречие с тем, что $12\cdot 10\neq 56\cdot 3$.

3. Граф с массивом пересечений $\{74,54,15;1,9,60\}$

Дистанционно регулярный граф с массивом пересечений $\{74,54,15;1,9,60\}$ является Q-полиномиальным с $q^1_{13}=0$ и его дуальная матрица собственных значений равна

$$Q=\begin{pmatrix} 1 & 74 & 444 & 111\\ 1 & 20 & -6 & -15\\ 1 & -1 & -6 & 6\\ 1 & -10 & 24 & -15\end{pmatrix}.$$

Из предложения 1 и леммы 1.2 следует

Лемма 3.6. *Пусть Γ является дистанционно регулярным графом с массивом пересечений $\{74,54,15;1,9,60\}$, u,v,w — вершины графа Γ с $d(u,v)=d(v,w)=d(u,w)=1$ и $[ijh]=\begin{bmatrix} uvw\\ ijh\end{bmatrix}$. Если $[111]=\alpha$, $[333]=\beta$, то верны равенства:*

(1) $[211]=[121]=[112]=18-\alpha$, $[221]=[212]=[122]=p^1_{12}-p^1_{11}+1+\alpha=36+\alpha$, $[332]=[323]=[233]=p^1_{33}-\beta=21-\beta$, $[322]=[232]=[223]=p^1_{23}-p^1_{33}+\beta=69+\beta$,
(2) $[222]=p^1_{22}+p^1_{33}-p^1_{23}-p^1_{12}+p^1_{11}-1-\alpha-\beta=195-\alpha-\beta$.

Ввиду равенства $S_{113}(u,v,w)=0$ имеем $-9261\alpha-1701\beta+59535=0$, $\beta=35-49\alpha/9$ и $\alpha=0,\beta=35$. Противоречие с тем, что $[332]=21-\beta$.

4. Граф с массивом пересечений $\{119,100,15;1,20,105\}$

Дистанционно регулярный граф с массивом пересечений $\{119,100,15;1,20,105\}$ является Q-полиномиальным графом с $q^1_{13}=0$ и его дуальная матрица собственных значений равна

$$Q=\begin{pmatrix} 1 & 119 & 595 & 85\\ 1 & 19 & -5 & -15\\ 1 & -1 & -5 & 5\\ 1 & -21 & 35 & -15\end{pmatrix}.$$

Из предложения 1 и леммы 1.3 следует

Лемма 4.7. *Пусть Γ является дистанционно регулярным графом с массивом пересечений $\{119,100,15;1,20,105\}$, u,v,w — вершины графа Γ с $d(u,v)=d(v,w)=d(u,w)=1$ и $[ijh]=\begin{bmatrix} uvw\\ ijh\end{bmatrix}$. Если $[111]=\alpha$, то верны равенства:*

(1) $[211]=[121]=[112]=17-\alpha$, $[221]=[212]=[122]=p^1_{12}-p^1_{11}+1+\alpha=83+\alpha$, $[332]=[323]=[233]=p^1_{33}-\beta=10$, $[322]=[232]=[223]=p^1_{23}-p^1_{33}+\beta=65$,
(2) $[222]=p^1_{22}+p^1_{33}-p^1_{23}-p^1_{12}+p^1_{11}-1-\alpha-\beta=272-\alpha$.

Ввиду равенства $S_{113}(u,v,w)=0$ имеем $-8000\alpha+16000=0$ и $\alpha=2$.
Из предложения 2 и леммы 1.3 следует

Лемма 4.8. *Пусть* Γ *является дистанционно регулярным графом с массивом пересечений* $\{119, 100, 15; 1, 20, 105\}$, u, v, w *— вершины графа* Γ *с* $d(u, v) = d(u, w) = 1, d(v, w) = 2$ *и* $[ijh] = \begin{bmatrix} uvw \\ ijh \end{bmatrix}$. *Если* $[111] = \alpha$, $[333] = \beta$, *то* $[011] = [102] = [120] = 1$ *и верны равенства:*

(1) $[112] = [121] = p^1_{11} - \alpha = 18 - \alpha$, $[211] = p^2_{11} - 1 - \alpha = 19 - \alpha$, $[122] = p^1_{12} - p^1_{11} - 1 + \alpha = 81 + \alpha$, $[213] = [231] = p^2_{13} - [013] = 15$, $[221] = [212] = p^1_{12} - [201] - [211] - [231] = 66 + \alpha$,

(2) $[332] = [323] = p^1_{33} - \beta = 10$, $[233] = p^2_{33} - \beta = 10$, $[322] = p^1_{32} - p^1_{33} + \beta = 65$, $[232] = [223] = p^2_{32} - p^1_{33} + \beta = 50$,

(3) $[222] = p^1_{22} - [221] - [223] = 420 - 66 - \alpha - 50 = 304 - \alpha$.

Ввиду равенства $S_{113}(u, v, w) = 0$ имеем $-8000\alpha + 32000 = 0$ и $\alpha = 4$. Из лемм 4.1, 4.2 следует, что граф $\Delta = [u]$ является сильно регулярным с параметрами $(119, 18, 2, 4)$. Противоречие с тем, что $18 \cdot 15 \neq 100 \cdot 4$.

Теорема доказана.

References

[1] A.E. Brouwer, A.M. Cohen, A. Neumaier, *Distance-Regular Graphs*, Berlin–Heidelberg–New York: Springer-Verlag, 1989. Zbl 0747.05073

[2] A. Jurisic, J. Vidali, *Sylvester graph and Moore graphs*, Europ. J. Comb., **80** (2019), 184–193. Zbl 1415.05173

[3] M.S. Nirova, *On distance-regular graphs with strongly regular graphs* Γ_2 *and* Γ_3, Siberian Electronic Mathematical Reports, **15** (2018), 175–185.

[4] A.A. Makhnev, M.S. Nirova, *On automorphisms of a distance-regular graph with intersection array* $\{69, 56, 10; 1, 14, 60\}$, Trudy IMM UrO RAN, **23**:3 (2017), 182–190.

[5] M.M. Isakova, A.A. Makhnev, *On automorphisms of a distance-regular graph with intersection array* $\{119, 100, 15; 1, 20, 119\}$, Siberian Electronic Mathematical Reports, **15** (2018), 198–204. Zbl 1394.05046

[6] K. Coolsaet, A. Jurisic, *Using equality in the Krein conditions to prove nonexistence of certain distance-regular graphs*, J. Comb. Theory, Ser. A, **115** (2008), 1086–1095. Zbl 1182.05132

Alexandr Alekseevich Makhnev
N.N. Krasovsky Institute of Mathematics and Meckhanics,
16, S. Kovalevskoy str.,
Ekaterinburg, 620990, Russia
Ural Federal University named after the first President of Russia B.N.Yeltsin,
19, Mira str.,
Ekaterinburg, 620002, Russia
E-mail address: makhnev@imm.uran.ru

Mariana Malilovna Isakova
Kabardino-Balkarian State University named after H.M. Berbekov,
175, Chernyshevsky str.,
Nalchik, 360004, Russia
E-mail address: isakova2206@mail.ru

Marina Sefovna Nirova
Kabardino-Balkarian State University named after H.M. Berbekov,
175, Chernyshevsky str.,
Nalchik, 360004, Russia
E-mail address: nirova_m@mail.ru